

Fisa numărul 47.

Exercițiu 1. Stănd că:

a)  $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ , afări  $\frac{2x}{2x+5y}$

Soluție :

$$\frac{2x}{y(2\frac{x}{y} + 5)} = 2 \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{1}{2\frac{x}{y} + 5} = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2\frac{2}{3} + 5}$$

$$= \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\frac{4}{3} + \frac{15}{3}} \Rightarrow \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\frac{19}{3}} \Rightarrow \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\frac{19}{3}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{19}$$

$$= \frac{4 \cdot 3}{3 \cdot 19} \stackrel{(3)}{=} \frac{4}{19}.$$

b)  $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$ , afări  $\frac{3x+2y}{2y}$

Soluție :

$$\frac{3x+2y}{2y} = \frac{3x}{2y} + \frac{2y}{2y} \stackrel{(1)}{=} \frac{3}{2} \cdot \frac{x}{y} + 1$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5} + 1 = \frac{12}{10} + \frac{1}{10}$$

$$= \frac{12+10}{10} = \frac{22}{10}.$$

c)  $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ , afări  $\frac{4x-5y}{5y}$ .

Soluție :

$$\frac{4x-5y}{5y} = \frac{4x}{5y} - \frac{5y}{5y} \stackrel{(1)}{=} \frac{4}{5} \cdot \frac{x}{y} - 1$$

$$= \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} - 1 = \frac{12}{10} - \frac{1}{10} = \frac{12-10}{10} = \frac{2}{10}$$

d)  $\frac{x}{y} = \frac{2}{11}$ , afări  $\frac{5y}{3x+5y}$

Solutie :  $\frac{x}{y} = \frac{2}{11}$

$$\frac{5 \cdot y}{3x + 5y} = \frac{5 \cdot y}{y(3 \cdot \frac{x}{y} + 5)} \quad |y$$

$$= \frac{5}{\frac{6}{11} + 5} = \frac{5}{\frac{6+55}{11}} = \frac{5}{\frac{61}{11}} = 5 \cdot \frac{11}{61} = \frac{55}{61} .$$

Exercitiul 2: Dacă

a)  $\frac{2x+4y}{4y} = \frac{14}{8}$ , aflati  $\frac{x}{y}$ .

Rezolvare :

$$\frac{2x+4y}{4y} = \frac{14}{8} \Leftrightarrow 8 \cdot (2x+4y) = 14 \cdot 4y \quad |:8$$

$$2x+4y = 7y$$

$$2x = 3y$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{2}$$

b)  $\frac{7x}{8y-7x} = \frac{7}{9}$ , aflati  $\frac{y}{x}$ .

Rezolvare.

Din proporția  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  se poate obține proporția derivată:

$$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

Atunci  $\frac{7x}{8y-7x} = \frac{7}{9} \Rightarrow \frac{7x}{8y-7x+7x} = \frac{7}{7+9}$

$$\Rightarrow \frac{7x}{8y} = \frac{7}{16} \quad |:7 \Rightarrow$$

$$\frac{x}{8y} = \frac{1}{16} \quad | \cdot 8 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{atunci} \quad \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{2}{1}$$

c)  $\frac{2x+3y}{2x+4y} = \frac{13}{16}$ , afilati  $\frac{x}{y} = ?$

Rezolvare:

$$\frac{2x+3y}{2x+4y} = \frac{13}{16} \Rightarrow 16(2x+3y) = 13(2x+4y)$$

$$\Rightarrow 32x + 48y = 26x + 52y$$

$$32x - 26x = 52y - 48y$$

$$6x = 4y$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{6} \stackrel{(2)}{=} \frac{2}{3}$$

d)  $\frac{5x+3y}{2x+3y} = \frac{58}{34}$ , afilati  $\frac{y}{x} = ?$

Rezolvare:

$$\frac{5x+3y}{2x+3y} = \frac{58}{34} \Rightarrow 34(5x+3y) = 58(2x+3y) \quad | :2$$

$$\Rightarrow 17(5x+3y) = 29(2x+3y)$$

$$85x + 51y = 58x + 87y$$

$$\Rightarrow 85x - 58x = 87y - 51y$$

$$\Rightarrow 27x = 36y \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{27}{36} \stackrel{(9)}{=} \frac{3}{4}$$

$$e) \frac{7x+2y}{4x+y} = \frac{11}{18}, \text{ afălați } \frac{x}{y} = ?$$

Rezolvare.

$$\begin{aligned} \frac{7x+2y}{4x+y} &= \frac{11}{18} \Rightarrow 18(7x+2y) = 11(4x+y) \\ &\Rightarrow 126x + 36y = 44x + 11y \\ &\Rightarrow 126x - 44x = 11y - 36y \\ &\Rightarrow 82x = 41y \quad | :41 \\ &\Rightarrow 2x = y \\ &\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Exercițiu 3. a) Dacă  $x = 4y$ , afălați  $\frac{2x+y}{3y}$

Rezolvare:

$$\begin{aligned} x &= 4y \text{ atunci } \frac{2x+y}{3y} = \frac{2x}{3y} + \frac{y}{3y} \\ \frac{x}{y} &= \frac{4}{1} \qquad \qquad \qquad = \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{y} + \frac{1}{3} \\ &\qquad \qquad \qquad = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{1} + \frac{1}{3} \\ &\qquad \qquad \qquad = \frac{8}{3} + \frac{1}{3} = \frac{9}{3} = 3. \end{aligned}$$

sau îl putem înlocui pe  $x$  cu  $4y$  în  
expresia  $\frac{2x+y}{3y} = \frac{2 \cdot 4y + y}{3y} = \frac{9y}{3y} = \frac{9}{3} = 3$ .

b) Dacă  $\frac{x}{3} = y \Rightarrow$  afleți  $\frac{2y}{2y+x}$

Rezolvare:

$$\frac{x}{3} = y \Rightarrow x = 3y \text{ atunci } \frac{2y}{2y+3y} =$$

$$\frac{2y}{2y+3y} = \frac{2 \cdot y}{5y} = \frac{2}{5}$$

Exercițiu 4. Folosind proporții derivate, să se afle  $x$  din proporție:

a)  $\frac{x+1}{x} = \frac{6}{5}$ ; b)  $\frac{4x+2}{15} = \frac{4 \cdot x}{14}$ ;

c)  $\frac{2x}{10} = \frac{3x+1}{16}$ ; d)  $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{8x}{10x+5}$

Rezolvare:

a)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  atunci  $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

$$\frac{x+1}{x} = \frac{6}{5} \text{ atunci } \frac{x+1-x}{x} = \frac{6-5}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = 5$$

b)  $\frac{4x+2}{15} = \frac{4 \cdot x}{14} \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \frac{2(2x+1)}{15} = \frac{2x}{7} \text{ I: 2}$

$$\Rightarrow \frac{2x+1}{15} = \frac{x}{7}$$

$$\Rightarrow 7(2x+1) = 15 \cdot x$$

$$14x + 7 = 15x \Rightarrow 7 = 15x - 14x \Rightarrow 7 = x.$$

$$c) \frac{2x}{10}^2 = \frac{3x+1}{16}$$

$$\frac{x}{5} = \frac{3x+1}{16} \Leftrightarrow 16x = 5(3x+1)$$

$$16x = 15x + 5$$

$$16x - 15x = 5$$

$$x = 5.$$

$$d) \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{8x}{10x+5}$$

$$\frac{16}{25} = \frac{8x}{10x+5} \quad | : 8 \Rightarrow \frac{2}{25} = \frac{x}{5(2x+1)} \quad | \cdot 5$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{x}{2x+1} \Rightarrow \frac{2}{5-2} = \frac{x}{2x+1-x}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ atunci } \frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{x}{x+1}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3-2} = \frac{x}{x+1-x}$$

$$\frac{2}{1} = \frac{x}{1} \Rightarrow$$

$$x = 2.$$

Esercitiul 5. Să se afle  $x$  și  $y$  dacă suma lor este 44 și raportul lor este  $\frac{3}{8}$ .

Răsolnire

$$x+y = 44$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{x+y}{y} = \frac{3+8}{8} \Rightarrow \frac{44}{y} = \frac{11}{8} \quad | : 11$$

$$\Rightarrow \frac{4}{y} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow y = 32$$

$$x + 32 = 44$$

$$x = 44 - 32$$

$$x = 12 \text{ și } y = 32.$$

Exercițiu 6. Să se afle  $x$  și  $y$  dacă diferența lor este 36 și raportul lor este  $\frac{5}{7}$ .

Rezolvare.

$$\begin{cases} y - x = 36 \\ \frac{x}{y} = \frac{5}{7} \end{cases}$$

putem folosi proporții derivate și anume

$$\frac{x}{y-x} = \frac{5}{7-5} \Rightarrow \frac{x}{36} = \frac{5}{2} \quad | \cdot 2$$

$$\frac{x}{18} = 5 \Rightarrow x = 18 \cdot 5$$

$$x = 90.$$

$$y - 90 = 36 \Rightarrow y = 36 + 90$$

$$y = 126.$$

$$x = 90 \text{ și } y = 126.$$

Exercițiu 7. Să se afle  $x$  și  $y$  dacă suma lor este 35 și  $\frac{2x+3y}{3y} = \frac{3}{2}$ .

Rezolvare.

$$x+y = 35$$

$$\frac{2x+3y}{3y} = \frac{3}{2}$$

folosim proporții derivate,

$$\frac{2x+3y-3y}{3y} = \frac{3-2}{2}$$

$$3y$$

$$\frac{2x}{3y} = \frac{1}{2} \Rightarrow 4x = 3y$$

$$x+y = 35 \quad | \cdot 4 \Rightarrow 4x+4y = 140$$

$$3y + 4y = 140 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7y = 140 \Rightarrow y = 20. \Rightarrow x = 15$$