

## Fisa numărărel 5.

**Esercitiul 1.** Scrieți toate numerele divizibile cu 3 de forma:

a)  $\overline{25x3}$ ; b)  $\overline{47x}$ ; c)  $\overline{23x2x}$ ; d)  $\overline{x2x}$

### Rezolvare

Criteriul de divizibilitate cu 3.

Un număr este divizibil cu 3 dacă suma cifrelor numărului este un multiplu de 3.

$$3 \mid \overline{abcde} \Leftrightarrow 3 \mid a+b+c+d+e.$$

a)  $\overline{25x3} : 3 \Leftrightarrow 3 \mid \underbrace{2+5+x+3}_{\text{suma cifrelor numărului}}$

$$2+5+x+3 = 10+x \Rightarrow \{2, 5, 8\}$$

2523; 2553; 2583

b)  $\overline{47x} : 3 \Leftrightarrow 3 \mid \underbrace{4+7+x}_{\text{suma cifrelor numărului}}$

$$4+7+x = 11+x \Rightarrow \{1; 4; 7\}$$

471; 474; 477.

c)  $\overline{23x2} : 3 \Leftrightarrow 3 \mid \underbrace{2+3+x+x}_{\text{suma cifrelor numărului}}$

$$2+3+x+x = 5+2x \Rightarrow \{2; 5; 8\}$$

2322; 2355; 2388

d)  $\overline{x2x} : 3 \Leftrightarrow 3 \mid x+x+x$

$$3 \mid 3x$$



$$\Rightarrow x \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$$

111; 222; 333; 444; 555; 666; 777; 888; 999.

Esercitiul 2. Aratati ca numarul  $a = 4^{m+2} + 4^{m+1} + 4^m$  este divizibil cu 3, pentru orice  $m \in \mathbb{N}$ .

Rezolvare

$$a = 4^{m+2} + 4^{m+1} + 4^m$$

$$a = 4^m \cdot (4^2 + 4^1 + 1)$$

$$a = 4^m \cdot (16 + 4 + 1)$$

$$a = 4^m \cdot \underbrace{21}_{\text{multiplu de } 3} \Rightarrow 4^m \cdot M_3 : 3$$

multiplu de 3 =  $M_3$

Esercitiul 3. Determinati multimea  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 25, x : 3\}$ .

$$24 \leq 25 ; 21 \leq 25 ; 18 \leq 25 ; 15 \leq 25 ; 12 \leq 25 , \\ 24 : 3 ; 21 : 3 ; 18 : 3 ; 15 : 3 ; 12 : 3$$

$$9 \leq 25 ; 6 \leq 25 ; 3 \leq 25 ; 0 \leq 25 \\ 9 : 3 ; 6 : 3 ; 3 : 3 ; 0 : 3 .$$

$$A = \{0; 3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24\}$$

Esercitiul 4. Arătați că numărul  $5^{2m+1} + 2 \cdot 5^{2m} - 25^m$  este divizibil cu 3, oricare ar fi  $m \in \mathbb{N}^*$ .

Rezolvare

$$\begin{aligned}
 & 5^{2m+1} + 2 \cdot 5^{2m} - 25^m \\
 & 5^{2m+1} + 2 \cdot 5^{2m} - 5^{2m} \\
 & = 5^{2m} (5 + 2 - 1) \\
 & = 5^{2m} \cdot 6 = 5^{2m} \cdot M_3 \Rightarrow 5^{2m+1} + 2 \cdot 5^{2m} - 25^m : 3. \\
 & \text{multiplu de 3}
 \end{aligned}$$

Esercitiul 5. Arătați că numărul  $2^m \cdot 5^m + 2$  este divizibil cu 3, oricare ar fi  $m \in \mathbb{N}$ .

Rezolvare.

$$\begin{aligned}
 2^m \cdot 5^m + 2 &= \underbrace{10^m + 2}_{\text{suma cifrelor numărului este 3}} \\
 10^m &= \underbrace{100 \dots 0}_{\text{de } m \text{ zeci}} + 2 = \underbrace{100 \dots 2}_{\text{suma cifrelor numărului este 3.}}
 \end{aligned}$$

Esercitiul 6. Demonstrați că suma oricărui trei numere naturale consecutive este divizibila cu 3.

Rezolvare.

Înălță  $K, K+1, K+2$  cele 3 numere naturale consecutive

$$S = K + K+1 + K+2$$

$$S = 3K+3 = 3 \cdot (K+1) \Rightarrow S \vdots 3.$$