

Teza cota a 6-a

Esercitiul 1. Găsește valoarea de adevarat a următoarelor propozitii:

a) „ $D_{24} \cap D_{16} = D_8$ ”

b) „Complementul unghiului de $17^{\circ}30'$ are $83^{\circ}30'$

c) „ $(160; 120) = 40$ ”.



Rezolvare.

a) $D_{24} = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$

$D_{16} = \{1; 2; 4; 8; 16\}$

$D_{24} \cap D_{16} = \{1; 2; 4; 8\} = D_8$ Adevarat.

b) $x + 17^{\circ}30' = 90^{\circ}$

$x = 90^{\circ} - 17^{\circ}30'$

$= 89^{\circ}60' - 17^{\circ}30'$

$= 72^{\circ}30' \Rightarrow$ Propozitia este falsa.

c) „ $(160; 120) = 40$ ” Propozitia este adevarata.

Descompunem numerele în produs de factori primi pentru a afla cel mai mare divizor comun.

160	2
80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$160 = 2^5 \cdot 5$

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

$(160; 120) = 2^3 \cdot 5 = 8 \cdot 5 = 40$

Exercițiu 2. Completă spațiile libere pentru a obține propoziții aderante!

- a) „Dacă $(\overline{5x}; 6) = 2$ atunci $x \in \{ \dots \}$ ”.
- b) „Dacă două unghiuri spuse la nrș sunt complementare atunci măsurile lor sunt ...”.
- c) „Se numește mijlocul unui segment ...”.
- d) „Intersecția mulțimilor $\{3; 8; 7\}$ și $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ este $\{ \dots \}$ ”.

Răspuns:

- a) $x \in \{0, 2, 6; 8\}$
- b) 45° .
- c) punctul care împarte segmentul în două segmente egale.
- d) $\{3; 8; 7\} \cap \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} = \{3\}$.

Exercițiu 3. Afili măsura unui unghi dacă aceasta este egală cu 80° . din măsura complementului său.

Răspuns:

măsura cu a și b cele două unghiuri

$$m(\angle a) + m(\angle b) = 90^\circ.$$

$$a = 80^\circ \text{ din } b$$

$$a = \frac{80}{100}^{(20)} \cdot b = \frac{4}{5} \cdot b \Rightarrow$$

$$\frac{4}{5}h + h = 90 \quad | \cdot 5 \Rightarrow 4h + 5h = 90 \cdot 5$$

$$9h = 90 \cdot 5 \quad | : 9$$

$$h = 10 \cdot 5$$

$$m(\alpha - h) = 50^\circ$$

$$\Rightarrow m(\alpha) = 90^\circ - 50^\circ \\ = 40^\circ.$$

Exercițiu 4. Aflați numerele x și y dacă sunt direct proporționale cu 5 și, respectiv, 6 iar $4x - 3y = 6$.

Rezolvare

$$\begin{cases} x; y \end{cases} \text{ d.p. } \begin{cases} 5; 6 \end{cases}$$

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{6} = k \Rightarrow x = 5k$$

$$y = 6k.$$

cum relația $4x - 3y = 6$ devine

$$4 \cdot 5k - 3 \cdot 6k = 6$$

$$20k - 18k = 6$$

$$2k = 6 \Rightarrow k = 6 : 2$$

$$k = 3.$$

$$x = 5k = 5 \cdot 3 = 15$$

$$x = 15 \text{ și } y = 18.$$

$$y = 6k = 6 \cdot 3 = 18.$$

Exercițiu 5. Dacă 32% din x este 144, aflați valoarea lui x .

Rezolvare.

$$32\% \text{ din } x = 144$$

$$\frac{32}{100} \cdot x = 144 \Rightarrow x = \frac{144 \cdot 100}{32} = \frac{9 \cdot 100}{2} = 9 \cdot 50 = 450.$$

Exercițiu 6. Aflați măsurile a cinci unghiuri în jurul unui punct dacă sunt numere consecutive pare.

Rezolvare.

Suma măsurilor unghiurilor formate în jurul unui punct este 360° .

$2K, 2K+2, 2K+4, 2K+6, 2K+8$ cele 5 unghiuri pare consecutive

Prin urmare suma lor nu fi 360° .

$$2K + 2K+2 + 2K+4 + 2K+6 + 2K+8 = 360^\circ$$

$$10K + 20 = 360^\circ$$

$$10K = 360^\circ - 20^\circ$$

$$10K = 340^\circ \Rightarrow K = \frac{340}{10} = 34^\circ.$$

Atunci avem următoarele unghiiuri:

$$2 \cdot 34^\circ, 2 \cdot 34^\circ + 2, 2 \cdot 34^\circ + 4, 2 \cdot 34^\circ + 6, 2 \cdot 34^\circ + 8.$$

$$68^\circ, 70^\circ, 72^\circ, 74^\circ, 76^\circ.$$

Exercițiu 7. Demonstrați că:

$$\left(9^m \cdot 2^{m+1} + 6^{m+2} \cdot 3^m - 18^m \right) : 37$$

Rezolvare

$$9^m = 3^{2m}$$

$$6^{m+2} = (2 \cdot 3)^{m+2} = 2^{m+2} \cdot 3^{m+2}$$

$$18^m = (3^2 \cdot 2)^m = 3^{2m} \cdot 2^m$$

$$\begin{aligned}
 & 3^{2m} \cdot 2^m + 2^{m+2} \cdot 3^m - 3^{m+2} \cdot 2^m : 3^m \\
 & 3^{2m} \cdot 2^m (2 + 2 \cdot 3^2 - 1) : 3^m \\
 & 3^{2m} \cdot 2^m (2 + 4 \cdot 9 - 1) : 3^m \\
 & 3^{2m} \cdot 2^m (2 + 36 - 1) : 3^m \\
 & 3^{2m} \cdot 2^m \cdot 37 : 3^m \quad \text{demonstrat.}
 \end{aligned}$$

Exercițiu 8. Fie $\angle AOB$ și $\angle BOC$ unghiuri adiacente suplementare a căror diferență este 140° . Se duce bisectoarea (OE) a $\angle AOB$ și $(O'$ este semidreapta opusă bisectoarei).

Aflați a) $m(\angle AOB)$ și $m(\angle BOC)$; b) $m(\angle AOF)$.

Răspuns:



a) $m(\angle AOB) = x$
 $m(\angle BOC) = y$.

$$\begin{cases} x+y = 180^\circ & (\text{unghiuri complementare}) \\ x-y = 140^\circ & \text{conform enunțului.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 140^\circ + y^\circ$$

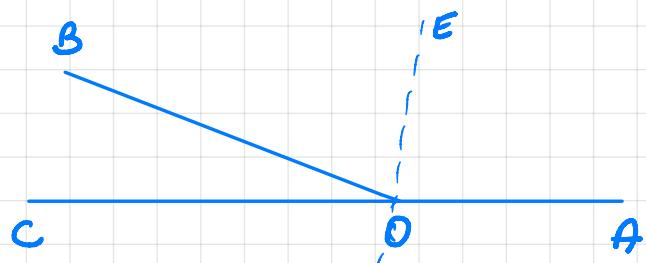
înlocuiesc în prima relație: $140 + y + y = 180^\circ$

$$2y = 180^\circ - 140^\circ$$

$$2 \cdot y = 40^\circ \Rightarrow y = 20^\circ \Rightarrow m(\angle BOC) = 20^\circ$$

$$m(\angle AOB) = 160^\circ$$

a)



$m(\angle EOF) = 180^\circ$ este un \angle alungit.

$$\begin{aligned}m(\angle AOF) &= m(\angle EOF) - m(\angle EOF) \\&= 180^\circ - \frac{m(\angle AOB)}{2} \\&= 180^\circ - \frac{160^\circ}{2} \\&= 180^\circ - 80^\circ\end{aligned}$$

$$m(\angle AOF) = 100^\circ.$$